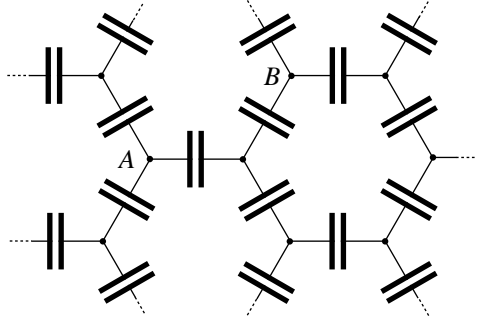


1 Веревка (8 баллов)

Однородная веревка длиной l приводится в периодическое движение в однородном гравитационном поле g таким образом, что ее круговая частота как можно меньше. Найти эту круговую частоту ω .

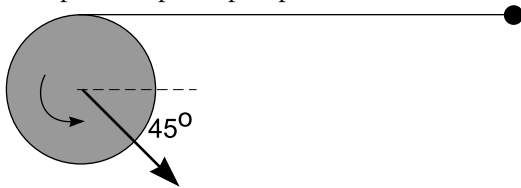
2 Конденсаторы (8 баллов)

Найти емкость между точками A и B (см бесконечную схему на рис). Емкость каждого конденсатора C .



3 Диск (10 баллов)

Диск из однородного материала радиуса R лежит на гладкой скользкой поверхности. Диск может двигаться без трения. На диск намотана легкая нерастяжимая веревка, свободный конец веревки жестко зафиксирован. В начальный момент времени длина свободной части веревки $l_0 = 10R$ и эта веревка горизонтальна и натянута. Дыску придается некоторую начальную скорость в таком направлении как показана на рисунке и такую угловую скорость, что веревка будет оставаться натянутой. В дальнейшем никаких внесистемных сил не действует. При какой длине свободной части веревки веревка разорвется?



4 Водяная капля (10 баллов)

Водяная капля радиуса $R = 10 \mu\text{м}$ находится в закрытой полости и находится в равновесии с паром. При каком объеме V это равновесие является стабильной? Система изотермична ($T = 293 \text{ К}$). Пар считать идеальным газом. Давление насыщенных паров $p_k = 2330 \text{ Па}$.

5 Мыльная пузыря (10 баллов)

Радиус маленького мыльного пузыря увеличивается из-

за уменьшения внешнего давления два раза. Процесс изотермичен. Найти изменение энтропии мыльного пузыря (включая энтропию пленки). Коэффициент поверхностного натяжения σ и начальный радиус r . Удельная теплота образования поверхности (одной стороны) q (это теплота поглощаемая в пленке когда площадь поверхности увеличивают на единицу). Начальное окружающее давление p_0 . Газ считать идеальным, испарением пренебречь.

6 Лазер (12 баллов)

Диспергирующим элементом монохроматора (состоящем из входной и выходной щели и из входной и выходной коллиматорной линзы) является стеклянная призма, которая обладает следующими свойствами. (а) Дисперсия в области желтого дуплета натрия при $\lambda_0 = 589 \text{ нм}$ есть $\frac{dn}{d\lambda} = 1300 \text{ см}^{-1}$; (б) поперечное сечение есть равнобедренный треугольник длиной основания $a = 10 \text{ см}$; (в) находится в положении минимума отклонения для дуплетной длины волны (который выходит из монохроматора).

Если на входную щель падает вместо света натриевой лампы ультракороткий импульс лазерного света длительностью ниже одного колебательного периода, то какого света и какой длительностью импульс выходит из монохроматора? Оптика считать идеальной, безабберационной и наполненной при полной апертуре светом.

Замечания: При положении минимума отклонения ход лучей симметричен по отношению призмы. Призма способна различать две спектральные линии, если различие между разностями оптических длин наиболее длинного и наиболее короткого луча не менее одной длины волны.

7 Ферромагнетики в магнитном поле (12 баллов)

Две цилиндрические ферромагнетика радиуса $r = 10 \text{ см}$ и толщины $d = 1 \text{ см}$ приведены (коаксиально) в тесный контакт и помещены в магнитное поле индукцией $B = 1 \text{ Тл}$ (параллельно оси системы).

- Найти намагниченность J_0 в центре дисков (3 б)
- Найти намагниченность J_1 внутри дисков в непосредственной близости боковой поверхности (3 б)
- Оценить силу взаимодействия F между цилиндрами (6 б).

8 Цепная реакция (12 баллов)

Наиболее простой импульсный ядерный реактор представляет собой два равные куска U^{235} , которые приводятся в близость друг-друга на быстро вращающемся основе на очень короткое время. Это можно, например,

использовать как источник нейтронов. Исследовать возможность использования такого импульсного ядерного реактора тогда, когда внешние источники нейтронов отсутствуют. Критическая масса $m_c = 50 \text{ кг}$, плотность урана $\rho = 19 \text{ г/см}^2$, время полураспада по отношению цепной реакции $T = 1,9 \cdot 10^{17} \text{ лет}$. Характерная энергия нейтронов, образующихся при цепной реакции $E = 1 \text{ МэВ}$.

9 Рентгеновский телескоп (12 баллов)

Во многих рентгеновских телескопах используются параболические зеркала, которые отражают лучи благодаря полному внутреннему отражению. Обратим внимание на то, что отличие коэффициента преломления от единицы мала, так как частота излучения намного больше любых орбитальных частот электронов (благодаря этому можно считать при изучении взаимодействия между рентгеновскими лучами и электронами электроны покоящимися).

- Нарисуйте ход лучей в (простейшем) таком телескопе и оцените точность выработки (допустимый размер неровностей), если энергия кванта $E = 2 \text{ кэВ}$ (3 б);
- Какой максимальный угол падения лучей? Считать, что зеркало покрыто слоем иридия (плотность $\rho = 22,6 \text{ г/см}^3$, ядерный заряд $Z = 77$, молярная масса $\mu = 192 \text{ г/моль}$) толщиной 300 нм (9 б).

10 Металлические шарики (12 баллов)

Имеются два металлических шарика радиуса r и массы m . Один из них имеет заряд Q , а другой без заряженный. В начале шарики находятся на очень большом расстоянии друг от друга. Из-за притяжения они приближаются, сталкиваются и удаляются. Найти конечную скорость шариков

- если столкновение абсолютно эластичное (5 б)
- если столкновение абсолютно пластичное (7 б).

Формулы, которые могут оказаться полезными

Решениями уравнения

$$4x(xy')' + (x - n^2)y = 0$$

являются $J_n(\sqrt{x})$ и $Y_n(\sqrt{x})$, где J_n и Y_n обозначают функции Бесселя первого и второго рода. Асимптотика в точке $x = 0$: $J_n \propto x^n$, $Y_0 \propto \ln x$ и $Y_n \propto x^{-n}$ ($n > 0$).

Пусть j_{nm} обозначает m -тый корень функции J_n , а j'_{00} --- m -тый корень ее производной. Тогда $j_{00} \approx 2,4048$, $j_{01} \approx 5,5201$, $j_{10} \approx 3,8317$, $j_{11} \approx 7,0156$, $j'_{00} \approx 3,8317$, $j'_{01} \approx 7,0156$, $j'_{10} \approx 1,8412$ и $j'_{01} \approx 5,3314$.